

# **Информационные свойства и приложения локальной составляющей тока короткого замыкания**

**КОЧЕТОВ И.Д., ЛЯМЕЦ Ю.Я., МАКАШКИН Ф.А.**

## **Information properties and applications of local component of short circuit current**

**KOCHETOV I.D., LYAMETS Yu.Ya., MAKASHKIN F.A.**

*Известно и широко применяется разделение тока короткого замыкания (КЗ) на предшествующую и аварийную составляющие. Вторая составляющая несет информацию о месте КЗ, так как создается протекающим там током. В статье рассматривается разделение наблюдаемого тока КЗ на нормальную и локальную составляющие. Локальная составляющая создаётся тем же током, что и аварийная, но в отличие от неё свободна от влияния внешних связей наблюдаемого объекта. Обособленность объекта в локальном режиме создаётся благодаря тому, что на его модель накладываются шунты в местах наблюдения. В линиях электропередачи обнаруживается инвариантная, то есть не зависящая от внешних связей, зависимость между отношением локальных токов на противоположных сторонах и координатой места КЗ. Будучи собственной характеристикой наблюдаемого объекта, она может служить критерием оценки координаты места КЗ по результатам двухстороннего наблюдения линии. Локальный режим двухпроводного канала создаётся единственным источником, действующим из места КЗ. Нормальный режим создаётся в том же канале, но неповреждённом; его создают ЭДС, действующие в местах наблюдения и равные наблюдаемым напряжениям текущего режима или их аварийным составляющим.*

**Ключевые слова:** линия электропередачи, место повреждения, короткое замыкание, локальная составляющая.

В модели неповреждённого объекта наблюдения аварийный процесс разделяется на две составляющие – нормальную и локальную [1, 2]. Последняя придаёт модели свойства индикатора повреждения объекта наблюдения [3]. Выявившиеся закономерности нуждаются в более детальном анализе: за рамками рассмотрения осталось

*It has long been known and widely used division of short circuit current on the prior and fault components. The second one carries information about the location of the fault, as it is created by the current flowing there. The article is devoted to the recently discovered division of the observable short-circuit current into normal and local components. The latter is created by the same current as the fault component, but – in contrast – it is free from the influence of external influence of the observed object. The isolation of the object in the local mode is created due to the fact that its model has superimposed shunts in places of observation. In the transmission the invariant dependence, that is independent of external relations, was found between the ratio of local currents on opposite sides and the fault location. Being its own characteristic of the observed object, it creates a criterion for evaluating the coordinate based on the results of two-way observation of the line. The local mode of a two-wire channel is created by a single source operating from a fault location. Normal mode is created in the same channel, but in the undamaged. It is created by EMFs operating at the observation sites and equal to the observed voltages of the current mode or their emergency components.*

**Key words:** transmission line, fault location, short-circuit, local component.

принципиальное отличие локальной составляющей от схожей с ней на первый взгляд аварийной составляющей. Между тем, первая является независимым компонентом тока короткого замыкания (КЗ), присутствующим в нём всегда, а вторая – только при условии, что существовал и был зафиксирован режим наблюдаемого объек-

та, предшествующий повреждению – короткому замыканию. Аварийная составляющая отсутствует в режиме включения повреждённого объекта, до этого обесточенного. Важно заметить, что в тех случаях, когда аварийная составляющая физически существует и может быть определена, локальная составляющая становится её компонентом. Два варианта выделения локальной составляющей – из тока КЗ или из его аварийной составляющей – не равноценны. Второй, как правило, предпочтительнее, так как модель объекта для аварийной составляющей принципиально проще модели для текущего режима короткого замыкания.

Прикладное значение локальной составляющей, казалось бы, очевидно [4, 5], особенно в том, что касается определения места КЗ в линии электропередачи, наблюдаемой с двух сторон. Но и здесь оказалось, что интересный во всех отношениях локальный режим в модели обособленного объекта освещён недостаточно.

**Процессы и модели.** Короткое замыкание, произошедшее на наблюдаемом объекте, разделяет общий процесс на предшествующий и текущий, а ещё создаёт производный от них обоим так называемый чисто аварийный процесс [6]. Конкретизируем представления о трёх процессах на примере сети, состоящей из активных объектов  $A_1$  и  $A_2$  (рис. 1), первый из которых – наблюдаемый, второй – внешний. Регистрируются мгновенные значения тока  $i(t)$  и напряжения  $u(t)$  в месте соединения объектов. В момент  $t = 0$  в неизвестном месте наблюдаемого объекта происходит КЗ, задающее границу между предшествующим и текущим процессами. Имитационная модель сети (рис. 1,а) модифицируется применительно к тому или иному процессу. В модели предшествующего режима (рис. 1,б) действуют величины  $i_{\text{пд}}(t), u_{\text{пд}}(t), t < 0$ ; в модели текущего

режима (рис. 1,в) – величины  $i_{\text{тк}}(t), u_{\text{тк}}(t), t \geq 0$ . Модель текущего режима отличается от модели предшествующего режима ветвью короткого замыкания с протекающим в ней током  $i_f(t)$ .

Аварийные составляющие электрических величин представляют собой разности величин текущего процесса и экстраполированных на время после коммутации ( $t \geq 0$ ) величин предшествующего процесса:

$$\begin{aligned} i_{\text{ав}}(t) &= i_{\text{тк}}(t) - \hat{i}_{\text{пд}}(t), \\ u_{\text{ав}}(t) &= u_{\text{тк}}(t) - \hat{u}_{\text{пд}}(t), t \geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Экстраполяция обеспечивает продолжение функций  $i_{\text{пд}}(t), u_{\text{пд}}(t)$ , наблюдавшихся до момента коммутации  $t = 0$  и в течение некоторого времени после коммутации ( $t \geq 0$ ) в виде функций  $\hat{i}_{\text{пд}}(t), \hat{u}_{\text{пд}}(t)$ . Аварийные составляющие электрических величин проявляются в том процессе, который назван чисто аварийным. Его создаёт источник тока  $i_f(t)$ , действующий из места КЗ на пассивную модель сети (рис. 1,з). Пассивные модели  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  получаются из моделей  $A_1$  и  $A_2$  путем обнуления находившихся там источников.

**Структура наблюдаемого аварийного процесса.** Принцип компенсации говорит о том, что состояние модели объекта не изменяется, если в том её месте, где известны и напряжение, и ток, включить зависимый источник, повторяющий только одну из величин. Рассматривая составляющие чисто аварийного режима, подключив к модели (рис. 1,з) в месте, где ведётся наблюдение, ЭДС  $u_{\text{ав}}(t)$ , получим, что режим пассивной модели  $\Pi_1$  создаётся двумя зависимыми источниками – ЭДС  $u_{\text{ав}}(t)$  и тока  $i_f(t)$ . Затем, прибегнув к методу наложения, обнаружим двухкомпонентную структуру аварийного процесса. Первый компонент, названный нормальным процессом, создаётся ЭДС, источник тока при этом отклю-

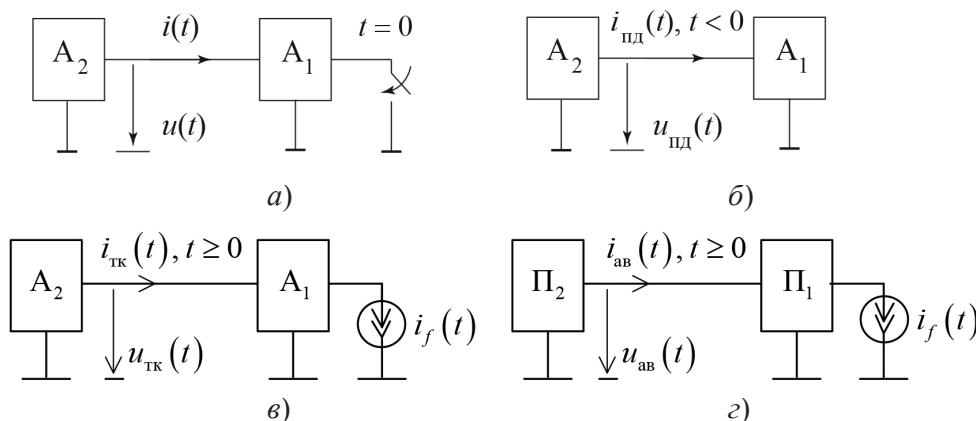


Рис. 1. Модели сети, связанные с коротким замыканием: в двух режимах (а); в одном режиме (б, в, з); предшествующий режим (б); текущий режим (в); чисто аварийный режим (з)

чается (рис. 2,а). Реакция модели в месте наблюдения – нормальный ток  $i_{ав,нм}(t), t \geq 0$ .

В текущем режиме, равно как и в предшествующем, модель наблюдаемого объекта  $A_1$  активна. Подключив к ней ещё и ЭДС

$$u(t) = \begin{cases} u_{пд}(t), & t < 0; \\ u_{тк}(t), & t \geq 0, \end{cases}$$

и применяя далее метод наложения, получим единый нормальный процесс, создаваемый этой ЭДС совместно со всеми источниками модели  $A_1$  (рис. 2,б). На этот раз реакцией модели станет ток  $i_{пн}(t)$  с обобщающим индексом «пн» (предшествующий до КЗ, нормальный после КЗ)

$$i_{пн}(t) = \begin{cases} i_{пд}(t), & t < 0; \\ i_{тк,нм}(t), & t \geq 0. \end{cases}$$

Остающийся второй компонент аварийного процесса создаётся единственным источником. Это неизвестный источник тока КЗ  $i_f(t)$ , действующий в пассивной модели  $\Pi_1$ , вход которой зашунтирован вследствие обнуления ЭДС  $u_{ав}(t)$  или  $u_{тк}(t)$  (рис. 2,в). В новом режиме, названном локальным, модель (рис. 2,в) инвариантна относительно исходного режима – чисто аварийного (рис. 2,а) или текущего (рис. 2,б). Реакцией модели в месте наблюдения является протекающий через коротку локальный ток  $i_{лк}(t)$  определяемый как разность между аварийной составляющей и её нормальным компонентом:

$$i_{лк}(t) = i_{ав}(t) - i_{ав,нм}(t), \quad t \geq 0, \quad (2,а)$$

или как разность между текущим значением и на этот раз относящимся к ней нормальным компо-

нентом:

$$i_{лк}(t) = i_{тк}(t) - i_{тк,нм}(t), \quad t \geq 0. \quad (2,б)$$

Заметим, что только в идеальном случае, когда присутствует внешний источник  $A_2$  бесконечной мощности, выполняется равенство

$$u_{тк}(t) = \hat{u}_{пд}(t), \quad t \geq 0,$$

и, как следствие

$$i_{нм}(t) = \hat{i}_{пд}(t), \quad t \geq 0.$$

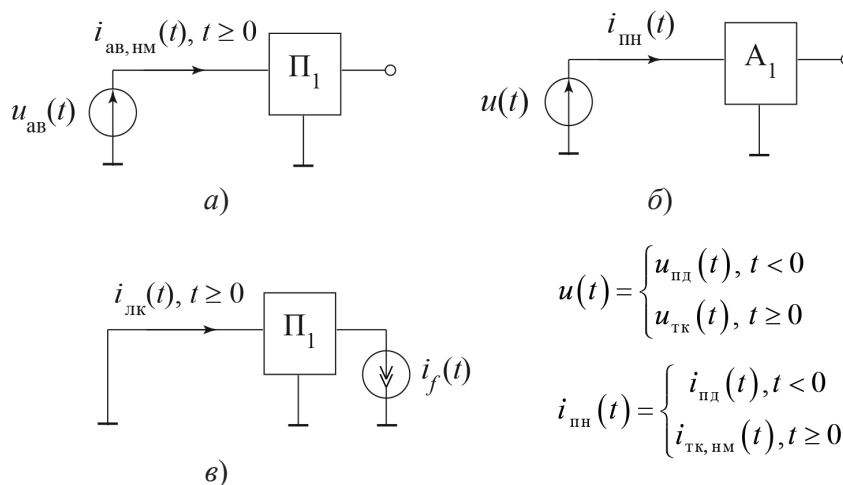
Из (1) и (2,б) следует ещё одно равенство:

$$i_{лк}(t) = i_{ав}(t), \quad t \geq 0,$$

говорящее о том, что идентичность аварийной и локальной составляющих обеспечивается источником бесконечной мощности (с нулевым внутренним сопротивлением).

Важно отметить, что переходным режимам в пассивной модели  $\Pi_1$ , как чисто аварийному (рис. 2,а), так и локальному (рис. 2,в), присущи нулевые начальные условия.

**Объект, наблюдаемый с двух сторон.** В информационном плане обращает на себя внимание существенная особенность модели объекта в локальном режиме. Входы модели зашунтированы во всех местах наблюдения, где протекают локальные токи, то есть модель отделена шунтами от моделей внешних объектов, следовательно, соотношения между локальными токами являются собственными параметрами повреждённого объекта. Предположим, что объект наблюдается в местах  $s$  и  $r$  (рис. 3). Наблюдаемый объект  $A$ , в общем случае активный, соединён в местах наблюдения с внешними, также активными, объектами  $A_s$  и  $A_r$ . На рис. 3 модель сети представ-



**Рис. 2.** Модели наблюдаемого объекта в аварийных режимах: нормальный режим в составе чисто аварийного режима (а); нормальный режим в составе текущего режима (б); локальный (инвариантный) режим (в)

$$u(t) = \begin{cases} u_{пд}(t), & t < 0 \\ u_{тк}(t), & t \geq 0 \end{cases}$$

$$i_{пн}(t) = \begin{cases} i_{пд}(t), & t < 0 \\ i_{тк,нм}(t), & t \geq 0 \end{cases}$$

лена во всех пяти режимах, имеющих отношение к короткому замыканию в наблюдаемом объекте. Как видим, из трёх моделей, образующих структуру сети, в локальном режиме остаётся единственная, и притом пассивная, модель П наблюдаемого объекта (рис. 3,е). Соотношения между локальными токами в местах наблюдения:

$$k(t) = \frac{i_{s,лк}(t) - i_{r,лк}(t)}{i_{s,лк}(t) + i_{r,лк}(t)} \quad (3)$$

определяются только структурой, параметрами модели П и местом замыкания, а от моделей  $A_1$  и  $A_2$  внешних объектов, как и от собственного тока  $i_f$ , не зависят.

Заметим, что пассивная модель П на рис. 3,в – е, как и ранее  $\Pi_1$  на рис. 2, обладает нулевыми начальными условиями.

**Локальный режим многопроводной однородной линии с сосредоточенными параметрами.** Короткое замыкание произвольного вида в многопроводной системе, рассматриваемое в базе фазных координат, приводит к многопроводной модели локального режима с зашунтированными началом и концом. Токи в модели создаются источниками тока, действующими из места КЗ. На рис. 4 индекс  $q$  принадлежит одному из повреждённых проводов, а  $p$  – одному из неповреждённых, в частности, грозозащитному тросу

с двумя заземлениями в начале и конце. Заслуживает внимания важное свойство однородной линии с сосредоточенными параметрами: вне зависимости от параметров и вида функции тока КЗ  $i_{fq}(t)$  в повреждённом проводе выполняется следующее соотношение между локальными токами на границах:

$$x_f^* i_{sq,лк}(t) = (1 - x_f^*) i_{rq,лк}(t), \quad (4)$$

где  $x_f^* = \frac{x_f}{l}$ ;  $l$  – длина линии. Функция (3) преобразуется с учётом равенства (4) в константу

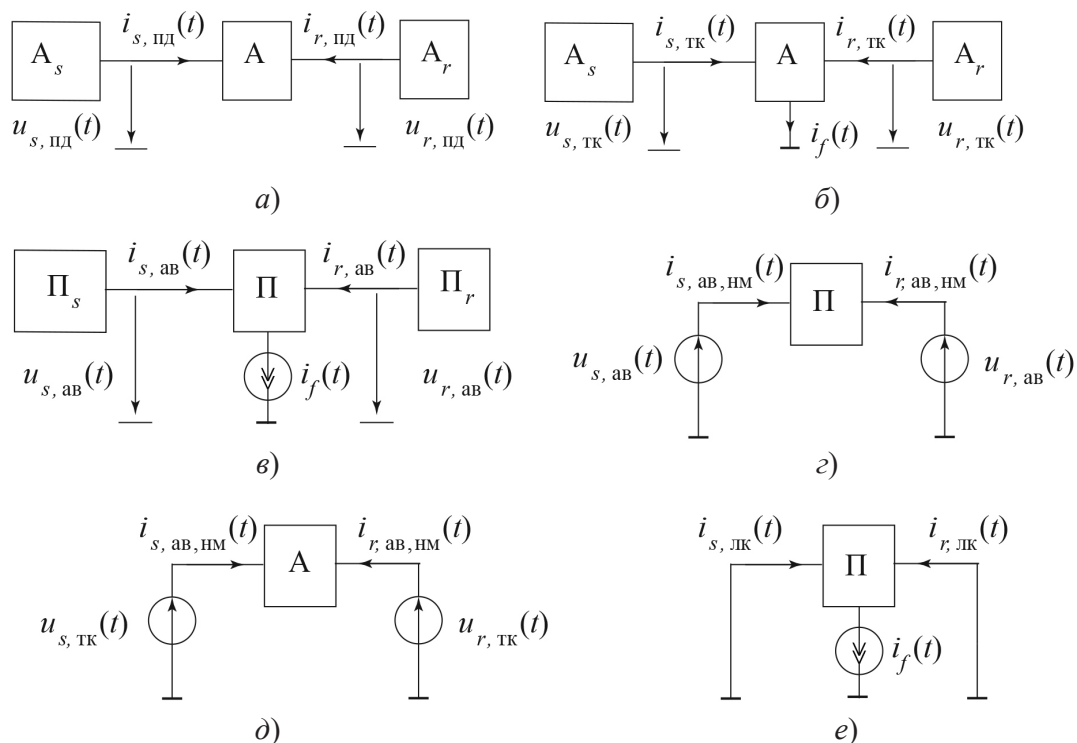
$$k = 1 - 2x_f^*, \quad (5)$$

значение которой определяет координату места КЗ

$$x_f^* = 0,5(1 - k). \quad (6)$$

Кроме того, из равенства (6) следует, что ЭДС, наводимые в неповреждённых проводах двумя токами повреждённого провода в левой и правой его части, взаимно компенсируются; как следствие,  $i_{рлк}(t) \equiv 0$ .

Таким образом, в однородной системе с сосредоточенными параметрами локальный режим повреждённого провода не влияет на другие провода, иначе говоря – не выходит за его пределы



**Рис. 3.** Модель сети с объектом, наблюдаемым с двух сторон: предшествующий режим (а); текущий режим короткого замыкания (б); чисто аварийный режим (в); нормальный режим в составе чисто аварийного режима (г); нормальный режим в составе текущего режима (д); локальный режим (е)

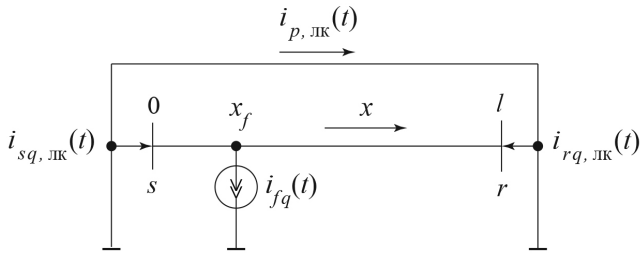


Рис. 4. Повреждённый и неповреждённый провода многопроводной системы в локальном режиме

и, локализуясь в нём, оправдывает своё название.

**Синусоидальный локальный режим двухпроводной длинной линии.** Процесс в  $n$ -проводной системе, описываемый в фазных координатах, может быть представлен в виде совокупности элементарных независимых процессов в  $n$  двухпроводных каналах, описываемых в общем случае в модальных координатах. Локальный режим в двухпроводной линии является, таким образом, фрагментом процесса в более сложной системе. Пусть  $v$  – индекс элементарного канала, синусоидальный локальный режим в котором создаётся комплексным источником тока  $\underline{I}_{fv}$ , действующим в месте КЗ с координатой  $x_f$ . На разных сторонах канала наблюдаются комплексы локальных токов  $\underline{I}_{sv,лк}$  и  $\underline{I}_{rv,лк}$ . Соотношение между ними по аналогии с (3):

$$\underline{K}_v = \frac{\underline{I}_{sv,лк} - \underline{I}_{rv,лк}}{\underline{I}_{sv,лк} + \underline{I}_{rv,лк}} \quad (7)$$

В однородной длинной линии с первичными параметрами  $\underline{Z}_v^0$  и  $\underline{Y}_v^0$  (рис. 5) отношение (7) выражается функциями гиперболического синуса:

$$\underline{K}(x_f) = \frac{\text{sh}\underline{\gamma}_v(l - x_f) - \text{sh}\underline{\gamma}_v x_f}{\text{sh}\underline{\gamma}_v(l - x_f) + \text{sh}\underline{\gamma}_v x_f}, \quad (8)$$

где  $\underline{\gamma}_v = \sqrt{\underline{Z}_v^0 \underline{Y}_v^0}$  – коэффициент распространения, то есть вторичный параметр канала.

Локальный режим симметричной трёхфазной линии рассмотрим в базисе фазных безнулевых (центрированных) величин [7]. Синусоидальные безнулевые токи и напряжения объединяют в себе составляющие прямой и обратной последовательности, а определяют

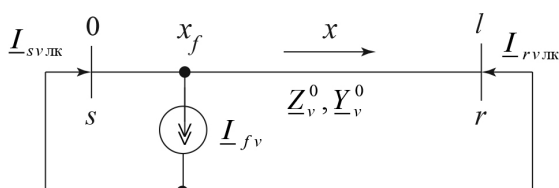


Рис. 5. Комплексы локального режима в  $v$ -м канале многопроводной системы

ся вычитанием из фазных величин  $\underline{I}_{v\phi}$ ,  $\underline{U}_{v\phi}$  составляющих нулевой последовательности:  $\underline{I}'_v = \underline{I}_{v\phi} - \underline{I}_0$ ,  $\underline{U}'_v = \underline{U}_{v\phi} - \underline{U}_0$ ,  $v = A, B, C$ . Фаза  $v$  симметричной линии обретает в базисе безнулевых величин собственную двухпроводную модель. Соотношения (5) – (7) применимы в равной степени ко всем трём двухпроводным каналам трёхфазной линии.

Шунты на выходах модели линии в локальном режиме ослабляют влияние распределённой ёмкости. Оценим погрешность, создаваемую неучётом ёмкости, сравнивая значение  $k$  по формуле (5) и модуль  $K_v$ , определяемый по точной формуле (8), на примере произвольного КЗ в линии 220 кВ длиной 150 км с первичными параметрами  $R^0 = 0,098$  Ом/км,  $X_L^0 = 0,429$  Ом/км,  $B_C^0 = 2,64$  мкСм/км коэффициент распространения  $\underline{\gamma} = (0,121 + j1,071)10^{-3}$  (1/км). Как видно из рис. 6, погрешность не превысила 0,1 %.

**Локальный режим модальных каналов несимметричной электропередачи с сосредоточенными параметрами.** Несимметрия создаёт методическую погрешность при использовании методов, предназначенных для симметричных линий. Привлекательная сторона фазных безнулевых составляющих заключается в том, что они разделяют трехфазную систему на автономные двухпроводные модели, а разложение фазных величин на составляющие такого рода универсально, то есть не зависит от параметров объекта, если только его фазы расположены симметрично. Несимметричная система допускает разделение на автономные двухпроводные модели в базисе модальных составляющих [8 – 11].

Покажем, каким образом совмещаются представления о модальных и локальных компонентах фазных величин. Пусть  $\underline{A}$  – квадратная матрица параметров многопроводной системы,  $\underline{V}$  – матрица её собственных векторов,  $\underline{\Lambda}$  – диа-

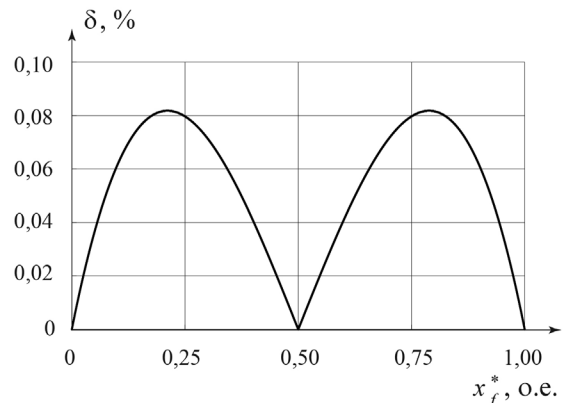


Рис. 6. Погрешность отношения локальных токов вследствие неучёта распределённой ёмкости

гональная матрица её собственных значений. Возможность представления многопроводной системы автономными двухпроводными моделями вытекает из соотношения:

$$\underline{V}^{-1} \underline{A} \underline{V} = \underline{\Lambda}, \quad (9)$$

диагонализующего матрицу  $\underline{A}$ . Если  $n$  – порядок матрицы  $\underline{A}$  и  $n(n+1)/2$  – число её независимых элементов, подсчитанных с учётом свойства взаимности, присущего статическим цепям, то (9) приводит матрицу  $\underline{A}$  к диагональной форме, насчитывающей всего  $n$  параметров. Собственные значения матрицы исходных фазных параметров являются параметрами модальных каналов несимметричной системы.

Преобразование фазных напряжений и токов в модальные в системах с сосредоточенными и распределёнными параметрами осуществляется по-разному. Система с сосредоточенными параметрами описывается матричным уравнением закона Ома в фазных координатах (индекс «ф»):

$$\underline{U}_{1\phi} - \underline{U}_{2\phi} = \underline{Z}_{\phi} \underline{I}_{\phi}. \quad (10)$$

Пусть  $\underline{V}$  – матрица собственных векторов, а  $\underline{\Lambda} = \underline{Z}_m$  – диагональная матрица собственных значений матрицы  $\underline{Z}_{\phi}$ . Вместе с тем,  $\underline{Z}_m$  – матрица модальных сопротивлений рассматриваемой системы, связанная с фазными сопротивлениями процедурой диагонализации (9):

$$\underline{Z}_m = \underline{V}^{-1} \underline{Z}_{\phi} \underline{V}. \quad (11)$$

Записав (10) в виде

$$\underline{V}^{-1} \underline{U}_{1\phi} - \underline{V}^{-1} \underline{U}_{2\phi} = \underline{V}^{-1} \underline{Z}_{\phi} \underline{V} \underline{V}^{-1} \underline{I}_{\phi}, \quad (12)$$

вводя обозначения модальных векторов напряжения и тока

$$\underline{U}_m = \underline{V}^{-1} \underline{U}_{\phi}, \quad \underline{I}_m = \underline{V}^{-1} \underline{I}_{\phi} \quad (13)$$

и учитывая (11), придадим (12) форму матричного модального закона Ома:

$$\underline{U}_{1m} - \underline{U}_{2m} = \underline{Z}_m \underline{I}_m, \quad (14)$$

дающего автономное описание каждого модального канала, который в локальном режиме имеет тот же вид, что и схема на рис. 5.

**Локальный режим модальных каналов электропередачи с распределёнными параметрами.** Линия с распределёнными параметрами описывается системой двух матричных дифференциальных уравнений первого порядка с квадратными матрицами первичных параметров удельных сопротивлений и проводимостей

$$\underline{Z}_{\phi}^0 \text{ и } \underline{Y}_{\phi}^0:$$

$$-\frac{d\underline{U}_{\phi}(x)}{dx} = \underline{Z}_{\phi}^0 \underline{I}_{\phi}(x); \quad (15)$$

$$-\frac{d\underline{I}_{\phi}(x)}{dx} = \underline{Y}_{\phi}^0 \underline{U}_{\phi}(x), \quad (16)$$

откуда следуют отдельные описания напряжений и токов с произведениями матриц

$$\underline{Z}_{\phi}^0 \underline{Y}_{\phi}^0 \text{ и } \underline{Y}_{\phi}^0 \underline{Z}_{\phi}^0 = (\underline{Z}_{\phi}^0 \underline{Y}_{\phi}^0)^T:$$

$$\frac{d^2 \underline{U}_{\phi}(x)}{dx^2} = \underline{Z}_{\phi}^0 \underline{Y}_{\phi}^0 \underline{U}_{\phi}(x); \quad (17)$$

$$\frac{d^2 \underline{I}_{\phi}(x)}{dx^2} = \underline{Y}_{\phi}^0 \underline{Z}_{\phi}^0 \underline{I}_{\phi}(x), \quad (18)$$

где  $\underline{U}_{\phi}(x)$ ,  $\underline{I}_{\phi}(x)$  – векторы фазных величин в произвольном месте линии с координатой  $x$ . Преобразование фазных векторов в модальные  $\underline{U}_m(x)$ ,  $\underline{I}_m(x)$  должно в данном случае приводить к диагонализации всех квадратных матриц в составе уравнений (15) – (18). В отличие от системы с сосредоточенными параметрами, где преобразование (13) как для напряжений, так и для токов выполняет одна и та же матрица  $\underline{V}$ , в системе с распределёнными параметрами это будут разные матрицы. Сохраним за напряжениями прежнее обозначение матрицы преобразования:

$$\underline{U}_m(x) = \underline{V}^{-1} \underline{U}_{\phi}(x), \quad (19)$$

а для матрицы преобразования токов введём новое обозначение  $\underline{W}$ :

$$\underline{I}_m(x) = \underline{W}^{-1} \underline{I}_{\phi}(x). \quad (20)$$

Математическое содержание этих матриц рассмотрим на примере уравнения (15). Умножим обе части уравнения на  $\underline{V}^{-1}$  и введём справа единичный множитель  $\underline{W} \underline{W}^{-1}$ :

$$-\frac{d(\underline{V}^{-1} \underline{U}_{\phi}(x))}{dx} = \underline{V}^{-1} \underline{Z}_{\phi}^0 \underline{W} \underline{W}^{-1} \underline{I}_{\phi}(x). \quad (21)$$

В качестве первого требования к матрицам  $\underline{V}$  и  $\underline{W}$ , ставится возможность диагонализации на их основе матрицы  $\underline{Z}_{\phi}^0$ , вследствие чего она преобразуется в матрицу модальных удельных сопротивлений

$$\underline{Z}_m^0 = \underline{V}^{-1} \underline{Z}_{\phi}^0 \underline{W}, \quad (22)$$

а (21) – в модальное уравнение

$$-\frac{d\underline{U}_m(x)}{dx} = \underline{Z}_m^0 \underline{I}_m(x). \quad (23)$$

Второе требование к матрицам  $\underline{\mathbf{V}}$  и  $\underline{\mathbf{W}}$  – возможность диагонализации на их основе матрицы  $\underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0$ :

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0 = \underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{V}} \quad (24)$$

и соответствующее преобразование фазного уравнения (16) в модальное уравнение

$$-\frac{d\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{m}}(x)}{dx} = \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{m}}(x). \quad (25)$$

Применяя матрицы  $\underline{\mathbf{V}}$  и  $\underline{\mathbf{W}}$ , к преобразованию произведений фазных параметров и учитывая равенства (22), (24), получаем:

$$\underline{\mathbf{V}}^{-1} (\underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0) \underline{\mathbf{V}} = (\underline{\mathbf{V}}^{-1} \underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{W}}) (\underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{V}}) = \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0;$$

$$\underline{\mathbf{W}}^{-1} (\underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0) \underline{\mathbf{W}} = (\underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{V}}) (\underline{\mathbf{V}}^{-1} \underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{W}}) = \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0,$$

откуда следует, что диагональность сомножителей  $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0$  и  $\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0$  распространяется на их произведения, поэтому

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0 = \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0. \quad (26)$$

Таким образом, произведение модальных параметров является общей матрицей собственных значений произведений фазных параметров  $\underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0$  и  $\underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0$ , причём  $\underline{\mathbf{V}}$  есть матрица собственных векторов произведения  $\underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0$ , а  $\underline{\mathbf{W}}$  – произведения  $\underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0$ . Остаётся перевести в модальную форму уравнения второго порядка (17) и (18). Умножая их на матрицы  $\underline{\mathbf{V}}$  и  $\underline{\mathbf{W}}$ , получаем:

$$\frac{d^2 (\underline{\mathbf{V}}^{-1} \underline{\mathbf{U}}_{\phi}(x))}{dx^2} = (\underline{\mathbf{V}}^{-1} \underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{W}}) \times$$

$$\times (\underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{V}}) \underline{\mathbf{V}}^{-1} \underline{\mathbf{U}}_{\phi}(x);$$

$$\frac{d^2 (\underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{I}}_{\phi}(x))}{dx^2} = (\underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{V}}) \times$$

$$\times (\underline{\mathbf{V}}^{-1} \underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{W}}) \underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{I}}_{\phi}(x).$$

Далее, учитывая равенство (26), получаем модальные уравнения с диагональной матрицей параметров:

$$\frac{d^2 \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{m}}(x)}{dx^2} = \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{m}}(x);$$

$$\frac{d^2 \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{m}}(x)}{dx^2} = \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{m}}(x),$$

которые согласуются с уравнениями первого порядка (23), (25), как если бы они были получены непосредственно из них.

Процедура определения модальных параме-

тров включает в себя основные и дополнительные операции. К основным относится определение матриц  $\underline{\mathbf{V}}$  и  $\underline{\mathbf{W}}$  собственных векторов квадратных матриц  $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0$  и  $(\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0)^T$ , далее следует определение первичных параметров  $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0$  и  $\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0$  по формулам (22) и (24), что позволяет рассматривать каждый  $\nu$ -й модальный канал независимо от остальных. Если  $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}\nu}^0$  и  $\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}\nu}^0$  – первичные параметры этой двухпроводной линии ( $\nu$ -е элементы диагональных матриц  $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}}^0$  и  $\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}}^0$ ), то вторичные параметры – коэффициент распространения  $\underline{\gamma}_{\mathbf{m}\nu}$  и характеристическое сопротивление  $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}\nu}$  – определяются известными формулами:

$$\underline{\gamma}_{\mathbf{m}\nu} = \sqrt{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}\nu}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}\nu}^0}; \quad \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}k} = \sqrt{\frac{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{m}k}^0}{\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{m}k}^0}}, \quad (27)$$

после чего локальный режим несимметричной линии можно представить в виде отдельных локальных режимов модальных каналов – двухпроводных однородных линий с параметрами, определяемыми по выражению (27) (рис. 5), для которых справедливо отношение граничных локальных токов (8).

Рассмотрим реальную линию электропередачи 750 кВ длиной 189,5 км с удельными параметрами, учитывающими влияние двух грозозащитных тросов с частыми заземлениями:

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 = \begin{bmatrix} 0,0854 & 0,0682 & 0,0641 \\ 0,0682 & 0,0838 & 0,0682 \\ 0,0641 & 0,0682 & 0,0854 \end{bmatrix} +$$

$$+ j \begin{bmatrix} 0,3872 & 0,1317 & 0,0947 \\ 0,1317 & 0,3859 & 0,1317 \\ 0,0947 & 0,1317 & 0,3872 \end{bmatrix} \text{ Ом / км,} \quad (28)$$

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 = j \begin{bmatrix} 3,7882 & -0,6463 & -0,1859 \\ -0,6463 & 3,8423 & -0,6463 \\ -0,1859 & -0,6463 & 3,7882 \end{bmatrix} \text{ мкСм / км.} \quad (29)$$

Матрицы собственных векторов произведений  $\underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0$  и  $\underline{\mathbf{Y}}_{\phi}^0 \underline{\mathbf{Z}}_{\phi}^0$ , нормированные по первой строке:

$$\underline{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1,0029 & 0 & -2,3072 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} +$$

$$+ j \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0,0008 & 0 & 0,0030 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (30)$$

$$\underline{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0,8668 & 0 & -1,9942 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0,0011 & 0 & 0,0015 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Диагональная матрица их собственных значений:

$$\underline{\Lambda} = \text{diag}(-1,7609; -1,1625; -1,1174) + j \text{diag}(0,6165; 0,0849; 0,0679).$$

Первичные и вторичные (27) параметры модальных каналов ( $v = 1, 2, 3$ ):

$$\underline{Z}_m^0 = \{0,2085 + j0,5961; 0,0214 + j0,2925; 0,0132 + j0,2194\} \text{ Ом / км};$$

$$\underline{Y}_m^0 = \{0,0008 + j2,9541; j3,9742; 0,0019 + j5,0934\} \text{ мкСм / км};$$

$$\gamma_{mv} = \{0,2289 + j1,3466; 0,393 + j1,0789; 0,0321 + j1,0576\} \text{ мНп / км};$$

$$\underline{Z}_{mcv} = \{455,86 - j77,36; 271,49 - j9,90; 207,64 - j6,22\} \text{ Ом / км}.$$

Соотношение (7) между локальными токами на границах каждого из трёх модальных каналов ( $v = 1, 2, 3$ ) при однофазных и междуфазных КЗ в рассматриваемой линии обнаруживает, что из шести простых видов КЗ – однофазных и междуфазных – в каждом из модальных каналов пять видов распознаются без погрешностей, а один из шести вовсе не распознаётся. В первом и третьем модальном каналах так происходит с замыканием между фазами  $C$  и  $A$ , во втором канале – с замыканием фазы  $B$ . Это объясняется свойствами матрицы преобразования фазных токов в модальные. Как следует из (20), эта матрица должна быть получена путём обращения матрицы (31):

$$\underline{\mathbf{W}}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,3485 & 0,3495 & 0,3485 \\ 0,5000 & 0 & -0,5000 \\ 0,1515 & -0,3495 & 0,1515 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} -0,0002 & 0 & -0,0002 \\ 0 & 0 & 0,0015 \\ 0,0002 & 0 & 0,0002 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Матрица (32) формирует граничные усло-

вия модальных каналов. В локальном режиме  $v$ -го канала граничное условие задаётся током  $\underline{I}_{fv}$  (рис. 5). Между тем, изначально граничное условие предстаёт в фазных координатах в виде вектора  $\underline{\mathbf{I}}_f = [\underline{I}_{fA}, \underline{I}_{fB}, \underline{I}_{fC}]^T$ . Так как в конечном счёте должно быть определено отношение токов (7), исходное значение тока простого КЗ можно принять равным единице. Тогда при КЗ в фазе  $B$  фазный граничный вектор  $\underline{\mathbf{I}}_{f\phi} = [0, 1, 0]^T$  преобразуется матрицей (32) в модальный вектор  $\underline{\mathbf{I}}_{fm} = \underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{I}}_{f\phi} = [0, 3495; 0; -0, 3495]^T$ , а при КЗ между фазами  $C$  и  $A$  фазный вектор  $\underline{\mathbf{I}}_{f\phi} = [-1, 0, 1]^T$  даёт после преобразования модальный вектор  $\underline{\mathbf{I}}_{fm} = \underline{\mathbf{W}}^{-1} \underline{\mathbf{I}}_{f\phi} = [0; -1; 0]^T$ . Как видим, нечувствительность отдельных модальных каналов к определённым видам КЗ объясняется спецификой матрицы преобразования токов в электропередаче с горизонтальным расположением проводов. В любом случае, остаётся по меньшей мере один модальный канал, локальный режим которого обнаруживает место КЗ без методической погрешности.

**Локальный режим несимметричной электропередачи с усреднёнными распределёнными параметрами.** Естественно задаться вопросом, к каким последствиям для соотношения локальных токов приведёт усреднение собственных и взаимных удельных параметров несимметричной линии, открывающее возможность её симметрирования с целью обращения к безнулевым каналам. В этом случае средние значения собственных и взаимных параметров, указанных в матрицах (28), (29), составляют  $\underline{Z}_{c6}^0 = 0,0849 + j0,3868 \text{ Ом / км}$ ,  $\underline{Z}_{v3}^0 = 0,0669 + j0,1194 \text{ Ом / км}$ ,  $\underline{Y}_{c6}^0 = j3,8062 \text{ мкСм / км}$ ,  $\underline{Y}_{v3}^0 = -j0,4928 \text{ мкСм / км}$ , отсюда параметры прямой последовательности, используемые в безнулевых каналах,  $\underline{Z}_1^0 = 0,0180 + j0,2674 \text{ Ом / км}$ ,  $\underline{Y}_1^0 = j4,2991 \text{ мкСм / км}$ .

Погрешности локального режима в безнулевых каналах для рассматриваемой линии оказались весьма незначительными (рис. 7).

Более того, неучёт распределённой ёмкости не привёл к большей погрешности, чем в примере с ЛЭП 220 кВ (рис. 6). Отсюда следует, что соотношение локальных токов малочувствительно и к несимметрии реальной электропередачи, и к влиянию распределённой ёмкости. Этот результат важен для определения зависимости соотно-



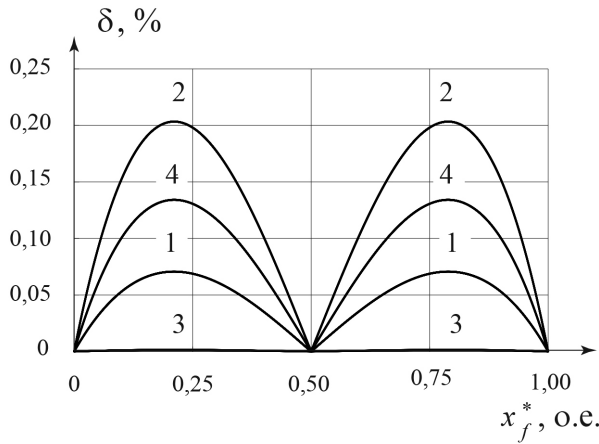


Рис. 7. Погрешности отношения локальных токов в безнулевых каналах по сравнению с модальными каналами при  $K_B^{(1)}$  и  $K_{CA}^{(2)}$  в ЛЭП 750 кВ: в канале фазы В при  $K_B^{(1)}$  (1, 2); в канале фазы С при  $K_{CA}^{(2)}$  (3, 4); с учётом (1, 3) и без учёта (2, 4) распределённой ёмкости

шения токов от координаты места КЗ. Алгоритм определения места КЗ в наблюдаемой линии включает в себя ещё и определение нормальных токов (рис. 2 и 3), что является предметом отдельного рассмотрения.

**Нормальный режим двухпроводного канала.** В однородной двухпроводной длинной линии, будь то модальный канал несимметричной неповреждённой линии или безнулевой канал симметричной неповреждённой линии, нормальные составляющие токов определяются уравнениями формы  $Y$ , коэффициенты которой определяются заранее:

$$I_{s\text{ нм}} = Y_{11} U_{s\text{ нм}} + Y_{12} U_{r\text{ нм}},$$

$$I_{r\text{ нм}} = Y_{21} U_{s\text{ нм}} + Y_{22} U_{r\text{ нм}},$$

$$Y_{11} = Y_{22} = \frac{1}{Z_c \text{th} \gamma l}, Y_{12} = Y_{21} = -\frac{1}{Z_c \text{sh} \gamma l}.$$

Процедура определения нормальных токов поясняется на рис. 8 в двух вариантах – при активировании канала аварийными составляющими напряжений (рис. 8,а) и текущими напряжениями (рис. 8,б).

В отличие от локального режима для нормального режима погрешность от симметрирования линии 750 кВ достигла 2,5 % (рис. 9), то есть оказалась неприемлемо большой. Получается, что модальный базис востребован в первую очередь для выделения нормальных составляющих наблюдаемых токов. Точность отношения локальных токов, которое выполняет основную информационную функцию определения места КЗ, практически полностью зависит от точности выделения самих нормальных

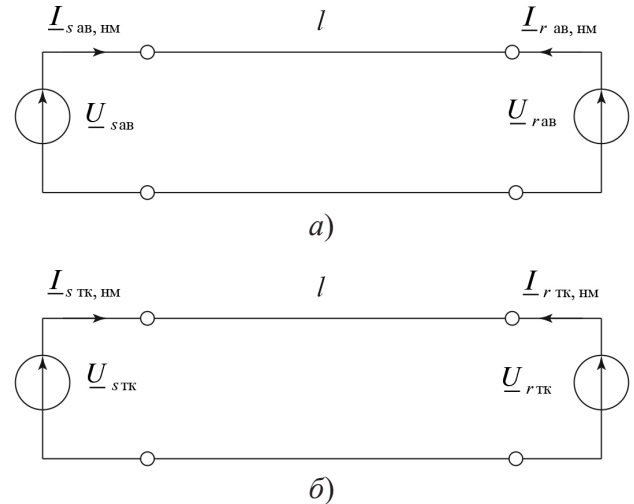


Рис. 8. Модификации нормального режима двухпроводного модального канала: составляющая чисто аварийного режима (а); составляющая текущего режима (б)

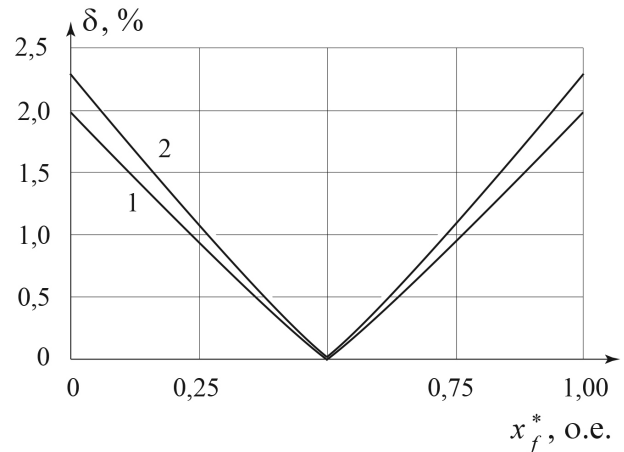


Рис. 9. Погрешности отношения локальных токов в безнулевых каналах с использованием нормальной модели электропередачи с усреднёнными параметрами по сравнению с модальными каналами: с учётом (1); без учёта распределённой ёмкости (2)

токов, что в свою очередь, зависит исключительно от того, с какой точностью будут найдены нормальные компоненты аварийных составляющих или непосредственно наблюдаемых на обеих сторонах линии токов КЗ.

### Выводы

1. Локальная составляющая представляет собой наиболее ценную в информационном плане часть тока КЗ. Как и аварийная составляющая, она инициируется током КЗ, протекающим в неизвестном месте КЗ, но в отличие от аварийной составляющей создаётся в обособленной модели объекта, зашунтированной в местах наблюдения. Соотношения между локальными токами в этих местах инвариантны в том смысле, что не зависят ни от внешних связей объекта, ни от тока КЗ, а определяются только местом КЗ и

потому могут быть определены вне зависимости от внешних по отношению к объекту частей электрической системы. Локальные токи не связаны с предшествующим режимом, то есть в отличие от аварийных составляющих присутствуют в токе КЗ при включении повреждённого объекта.

2. Двухстороннее наблюдение линии электропередачи предоставляет возможность определить соотношение локальных токов на её противоположных сторонах в любой системе координат. Для симметричной линии рекомендуются безнулевые локальные токи, для несимметричной – модальные; и те, и другие действуют в автономных двухпроводных моделях.

3. Нормальные токи, являясь реакцией модели неповреждённой линии на наблюдаемые напряжения, более чувствительны к неточности модели, чем локальные токи. Модальный базис предпочтителен для определения нормальных токов.

### Список литературы

1. Лямец Ю.Я., Белянин А.А., Воронов П.И. Модификации аварийных составляющих наблюдаемых токов и напряжений // *Электротехника*. 2015. № 2.
2. Лямец Ю.Я., Белянин А.А. Составляющие токов короткого замыкания в наблюдаемой электрической сети // *Электротехника*. 2016. № 10.
3. Лямец Ю.Я., Воронов П.И., Мартынов М.В., Агнишкин А.Б., Широкин М.Ю. Модель неповреждённого энергообъекта как индикатор повреждения // *Электротехника*. 2017. № 7.
4. Патент РФ №2572364. Способ определения повреждённого участка разветвлённой распределительной сети / Лямец Ю.Я., Белянин А.А. // БИ. 2016. № 1.
5. Патент РФ №2586082. Способ определения мест замыкания на землю в разных фазах фидера / Лямец Ю.Я., Белянин А.А. // БИ. 2016. № 16.
6. Fikri M., El-Sayed M. New algorithm for distance protection of high voltage transmission lines // *IEEE Proc.* 1988. V. 135. № 5.
7. Лямец Ю.Я. К анализу переходных процессов в трехфазных цепях методом симметричных составляющих // *Электричество*. 1988. № 12.
8. Захар-Иткин М.Х. О фазном и модальном методах расчёта волновых процессов в линиях электропередачи // *Электричество*. 1971. № 4.
9. Костенко М.В., Перельман Л.С., Шкарин Ю.П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения. М: Энергия, 1973.
10. Попов И.Н., Лачугин В.Ф., Соколова Г.В. Релейная защита, основанная на контроле переходных процессов. М: Энергоатомиздат, 1986.
11. Лямец Ю.Я., Ефремов В.А., Ильин В.А, Арсентьев А.П., Ефимов Н.С. Теоретические основы электротехники с элементами электроэнергетики и релейной защиты. Многопроводные системы. Чебоксары: ЧГУ, 1998.