Синтез моделей для волновых защит

В статье рассмотрен способ построения волновой модели электрической сети. Учтены ключевые элементы сети: объекты с сосредоточенными и распределенными параметрами. Модель может быть легко адаптирована к заданной электрической схеме. Предложено решение с использованием операторного метода. Возможно определение параметров модели на основе экспериментальных данных.

Авторы:
Исмуков Г.Н.,
Подшивалин А.Н.

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В РАСЧЕТАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Линейные электрические цепи с сосредоточенными параметрами описывают интегро-дифференциальными уравнениями для токов и напряжений согласно законам Ома и Кирхгофа. Прямое решение уравнений во временной области классическим методом – трудоемкий процесс, который трудно поддается формализации. Особую сложность представляют переходные процессы, содержащие большое число принужденных и свободных составляющих с различными частотными характеристиками. В таких случаях часто используют операторный метод [1]. В соответствии со свойствами преобразования Лапласа [2], если для некоторой функции $f(t)$, называемой оригиналом и удовлетворяющей определенным условиям, имеется изображение $F(p)$, то есть $f(t) \overset{\circ}{\underset{\circ}{=}} F(p)$, то справедливы формулы:

$$\frac{df(t)}{dt} \overset{\circ}{\underset{\circ}{=}} pF(p) - f(0),$$

$$\int_0^t f(t)dt \overset{\circ}{\underset{\circ}{=}} \frac{F(p)}{p},$$

где $p \overset{\circ}{\underset{\circ}{=}} \alpha + j\omega$ – комплексная переменная.

Таким образом, метод позволяет перейти от системы интегро-дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений. Решением этой системы уравнений является некоторая связь вход-выход:

$$F_{вых}(p) = W(p)F_{вх}(p),$$

где $F_{вх}(p)$ и $F_{вых}(p)$ – изображения входной и выходной величин соответственно,

$W(p) = F_{вых}(p)/F_{вх}(p)$ – передаточная функция.

Переход от изображения функции к ее оригиналу осуществляется путем обратного преобразования Лапласа.

Большой интерес представляет передаточная функция $W(p)$, поскольку она описывает все свойства исследуемой линейной электрической цепи. Например, могут быть получены частотные характеристики цепи в режиме установившихся принужденных гармонических колебаний:

$$Y(j\omega) = W(j\omega)X(j\omega).$$

Поведение свободных составляющих определяется временными характеристиками цепи, которые могут быть получены при воздействии на цепь сигналами в виде дельта-функции или ступенчатой функции Хевисайда. Реакцией звена на дельта-функцию является весовая функция $g(t)$, которая представляет собой оригинал передаточной функции [2]:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} e^{pt}W(p)dp,$$

где c – константа, выбранная по определенным требованиям.

Линии электропередачи могут быть описаны с помощью операторного метода как элементы с распределенными параметрами, однако в данном случае функция сигнала зависит от двух переменных: $f(t, x)$, где x – расстояние от места входа волны в длинную линию, км. В общем случае для малого участка линии с одним источником сигнала может быть записана следующая система уравнений [1]:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \dfrac{\partial i}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \dfrac{\partial u}{\partial t}, \end{cases}$$

где R_0 – удельное активное сопротивление линии, Ом/км;

L_0 – удельная индуктивность линии, Гн/км;

G_0 – удельная активная проводимость линии, См/км;

C_0 – удельная емкость линии, Ф/км.

После преобразования Лапласа система принимает вид:

$$\begin{cases} -\dfrac{dU}{dx} = R_0 I + L_0 pI; \\ -\dfrac{dI}{dx} = G_0 U + C_0 pU. \end{cases}$$

Решая систему дифференциальных уравнений, получим:

$$\begin{cases} U = Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}; \\ I = Ce^{\gamma x} + De^{-\gamma x}, \end{cases} \qquad (1)$$

где $\gamma = \sqrt{(R_0 + L_0 p)(G_0 + C_0 p)}$ – постоянная распространения волны;

A, B, C и D – величины, зависящие от граничных условий, A (B).

Например, если на бесконечно длинную линию при нулевых начальных условиях подается некоторый сигнал напряжения $U_{вх}$, тогда в точке с координатой x будут наблюдаться следующие величины:

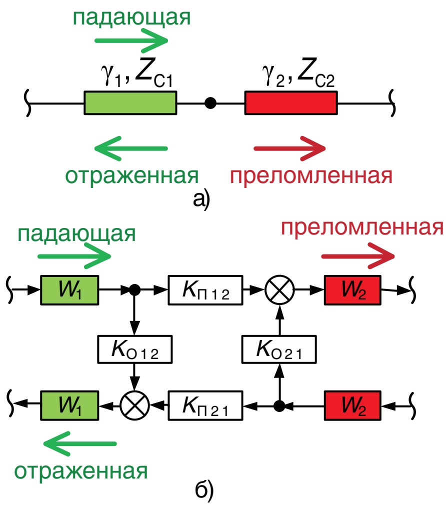
$$\begin{cases} U = U_{вх} e^{-\gamma x}; \\ I = U_{вх} Z_C e^{-\gamma x}, \end{cases}$$

где $Z_C = \sqrt{\dfrac{(R_0 + L_0 p)}{(G_0 + C_0 p)}}$ – волновое сопротивление линии, Ом.

МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ОПЕРАТОРНОГО МЕТОДА

Система уравнений (1) может быть легко применена для простых электрических цепей, когда граничные условия представлены константами либо функциями одной переменной (p). Например, это может быть длинная линия, соединяющая источник и нагрузку. В условиях электрической сети такие случаи практически не встречаются. Сеть представляет собой множество длинных линий, источников и нагрузок, которые участвуют в волновом процессе. В таком случае появляется несколько систем уравнений (1) со связанными граничными условиями. Система оказывается сложной для решения. Кроме того, любые изменения схемы сети приводят к изменению граничных условий, и система уравнений меняется.

Авторами предложен альтернативный подход, при котором единая сеть и ее передаточная функция типа один вход – один выход раскладывается на множество простых передаточных звеньев со своими собственными входами и выходами. При этом каждое звено работает независимо от соединенных с ним звеньев, а связь между звеньями осуществляется с помощью специальных узлов.



$$K_{П12} = \frac{2Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}}$$

$$K_{О12} = \frac{Z_{C2} - Z_{C1}}{Z_{C1} + Z_{C2}}$$

$$K_{П21} = \frac{2Z_{C1}}{Z_{C1} + Z_{C2}}$$

$$K_{О21} = \frac{Z_{C1} - Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}}$$

Рис. 1. Схема соединения двух длинных линий (а) и ее модели (б)

На рис. 1 представлена схема соединения двух двухпроводных длинных линий и соответствующая ей модель соединения простых передаточных звеньев. Как известно [1], в точке неоднородности волна претерпевает преломление и отражение. Учитывая это, в модели предусмотрены отдельные волноводы, имитирующие передачу волны в двух направлениях. Назовем их условно прямой и обратный волноводы. В прямой волновод первой линии поступает волна, обозначенная на рисунке как падающая, проходит по передаточному звену W_1, попадает на место соединения двух звеньев и претерпевает преломление и отражение в соответствии с коэффициентами $K_{П12}$ и $K_{О12}$ (здесь и далее формулы указаны для напряжения). Эти коэффициенты зависят от волновых сопротивлений Z_{C1} и Z_{C2} первой и второй линий соответственно. Отраженная волна возвращается в обратный волновод первой линии и проходит по передаточному звену W_1^{-1}, которое, вследствие симметрии линий относительно зажимов и обратимости соответствующих звеньев, эквивалентно звену W_1. Преломленная волна попадает в прямой волновод второй линии и проходит по передаточному звену W_2. На случай возврата волны из второй линии, предусмотрен обратный волновод по передаточному звену W_2. Эта волна также претерпевает преломление и отражение в соответствии с коэффициентами $K_{П21}$ и $K_{О21}$.

Схема соединения трех длинных линий представлена на рис. 2. Каждая линия состоит из двух волноводов: по одному для прямой и обратной волн. Коэффициенты преломления и отражения рассчитаны с учетом параллельного соединения ветвей. Например:

$$K_{П\,1\,2\,(3)} = K_{П\,1\,3\,(2)} = \frac{2(Z_{C2} \parallel Z_{C3})}{Z_{C1} + Z_{C2} \parallel Z_{C3}},$$

$$K_{О\,1\,(2,3)} = \frac{Z_{C2} \parallel Z_{C3} - Z_{C1}}{Z_{C2} \parallel Z_{C3} + Z_{C1}}.$$

Остальные коэффициенты рассчитывают аналогично.

На рис. 3 показана схема и модель при наличии элемента с сосредоточенными параметрами.

Рассмотренные выше случаи могут применяться в различных комбинациях для составления эквивалентной схемы сети. При изменении схемы сети меняются лишь коэффициенты отражения и преломления. Например, при размыкании первой и второй линий на рис. 1 получим $K_{П12}=K_{П21}=0$, $K_{О12}=K_{О21}=1$.

В полной модели электрической сети связь между любыми двумя узлами включает в себя передаточные функции всех элементов этой сети. Эквивалентное выражение может быть достаточно сложным, но решаемым в задаче имитационного моделирования, где не требуется результат в ре-

Исмуков Г.Н., ООО «Релематика», Чебоксары
Подшивалин А.Н., ООО «Релематика», Чебоксары

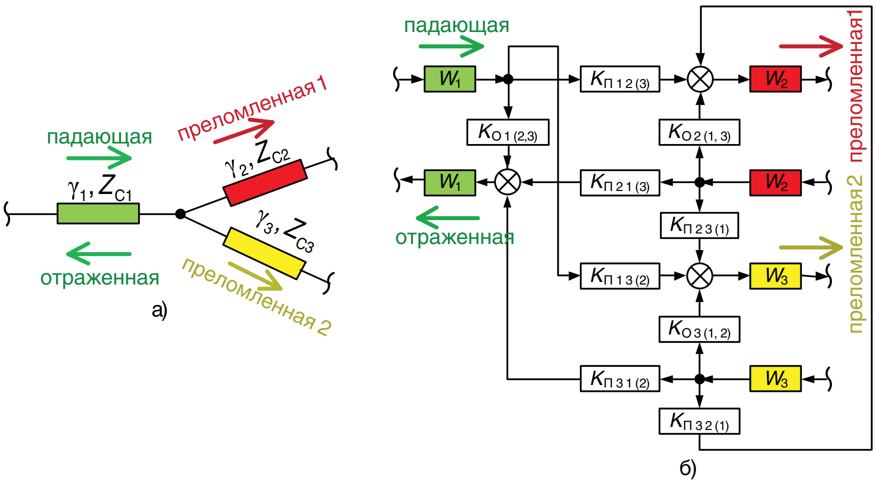
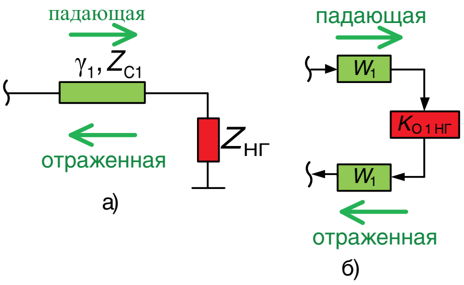


Рис. 2. Схема соединения трех длинных линий (а) и ее модель (б)



$$K_{О\,1\,НГ} = \frac{Z_{НГ} - Z_{C1}}{Z_{C1} + Z_{НГ}}$$

Рис. 3. Схема длинной линии и элемента с сосредоточенными параметрами (а) и ее модель (б)

альном времени. Для применения непосредственно в алгоритмах волновых устройств РЗА нужна более компактная модель. Известно свойство [2], при котором умножение изображений заменяется сверткой оригиналов:

$$F(p)W(p) \Rightarrow f(t) * g(t)$$

где $f(t)$ и $F(p)$ – сигнал и его изображение соответственно;
$W(p)$ и $g(t)$ – передаточная и весовая функции звена соответственно.

Известно также, что алгоритмы волновой РЗА могут использовать лишь начальный фрагмент волнового процесса, то есть функцию $f(t)$ можно рассматривать на интервале [0, t_1], где t_1 – время, необходимое для срабатывания измерительных органов волновой РЗА. Например, это первая волна КЗ и несколько последующих переотраженных волн. Далее, если рассматривать чисто аварийный режим и принять допущение, что волна возникла при нулевых начальных условиях, то функцию $g(t)$ также можно рассматривать на интервале [0, t_1]. Таким образом, алгоритмическое моделирование существенно упрощается, и этот механизм может быть применен непосредственно в волновых устройствах РЗА.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СЕТИ

Передаточные функции имеют ряд полезных свойств [3], которые могут применяться при решении задач в электричкой сети. Одна из таких задач – идентификация передаточных функций [4] элементов сети. Рассмотрим способ непараметрической идентификации элемента с неизвестной структурой и параметрами.

Для идентификации обычно применяется метод на основе уравнения Винера-Хопфа, в литературе его еще называют «основным уравнением идентификации» [5]:

$$R_{yx}(v) = \int_0^{t_1} g(t) R_{xx}(v-t)\,dt,$$

где $R_{yx}(v)$ – функция взаимной корреляции выходного и входного сигналов;
$R_{xx}(v)$ – функция автокорреляции входного сигнала;
$t_1 \to \infty$.

В реальных условиях бесконечное наблюдение за объектом невозможно. Вводится ограничение по времени так, чтобы в интервал наблюдения попало некоторое изменение входной величины. Наблюдение завершается, когда свободные составляющие в объекте условно затухают.

Применяя численные методы можно определить вектор весовой функции **g**. Для него можно найти аналитическое выражение $g(t)$ и передаточную функцию $W(p) \mathrel{\overset{\circ}{\underset{\circ}{=}}} g(t)$.

ВЫВОДЫ

Предложен способ формирования волновой модели электрической сети с помощью операторного метода. Представлен метод адаптации модели к текущей схеме сети с сохранением структуры элементарных звеньев модели. Модель применима для имитационного моделирования и для алгоритмического моделирования после некоторых преобразований. Предложен способ измерения параметров модели на основе опытных данных с применением методов идентификации. Заданная точность модели достигается путем применения численных методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В.* Основы теории цепей: Учеб. для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
2. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Наука, 1974. – 544 с.
3. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического управления – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб: Профессия, 2003. – 752 с.
4. *Балакирев В.С., Дудников Е.Г., Цирлин А.М.* Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления. – М.: Энергия, 1967. – 232 с.
5. *Коновалов В.И.* Идентификация и диагностика систем: учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 163 с.