

# ИТЕРАЦИОННАЯ ОБРАБОТКА ВЕЛИЧИН РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ИХ СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА

**Кочетов А.Д.**, ЧГУ, ООО «Релематика», г. Чебоксары, Россия.

**Кочетов И.Д.**, ЧГУ, ООО «Релематика», г. Чебоксары, Россия.

**Лямец Ю.Я.**, ЧГУ, ООО «Релематика», г. Чебоксары, Россия.

***Аннотация:** рассматриваются свойства и применения многозвенного адаптивного фильтра, предназначенного для работы в реальном времени. Настройка совершается путём подавления входной величины в предположении, что её модель представляет собой сумму гармоник и экспоненты. Приведены примеры итерационного определения частот трёхчастотной величины, переходной величины с экспоненциальным компонентом.*

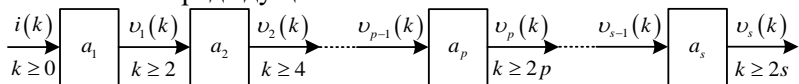
***Ключевые слова:** адаптивный фильтр, многозвенная структура, итерационная настройка, входные величины релейной защиты.*

Унифицированный адаптивный заграждающий фильтр [1,2]  $2s$ -го порядка представляет собой каскадное соединение  $s$  симметричных звеньев второго порядка, каждое с одним собственным адаптивным коэффициентом  $a_p$ ,  $p = 1, s$  (рис. 1). Если входной сигнал  $i(k)$  задаётся в дискретном времени  $k = \text{ent}(t/\tau) \geq 0$ , где  $\tau$  – интервал дискретизации, то уравнения первого и  $p$ -го звеньев

$$v_1(k) = i(k) - a_1 i(k-1) + i(k-2), \quad (1)$$

$$v_p(k) = v_{p-1}(k) - a_p v_{p-1}(k-1) + v_{p-1}(k-2). \quad (2)$$

Выходной сигнал всего фильтра  $v_s(k)$  формируется окончательным  $s$ -ым звеном, время установления каждого из которых составляет три отсчёта, а настройка последующего – не раньше установления предыдущего.



**Рис. 1.** Многозвенный адаптивный фильтр

Коэффициенты фильтров  $a_p$  изначально неизвестны, а также не определено число фильтров  $s$ . Задана только выборка отсчётов входной величины  $k = 0, n$ . Однако имеется условие: размер выборки  $n$  должен быть достаточен для настройки предельного числа звеньев  $s_{\max}$  и должен хотя бы на один отсчёт превышать время установления фильтра  $n \geq 2s_{\max} + 1$ . Настройка заключается в получении оценок  $a_p$  всех адаптивных коэффициентов.

Для оценки коэффициента  $a_p$  фильтра (2) воспользуемся критерием наименьших квадратов

$$\sum_{k=2p}^m v_p^2(a_p, k) \rightarrow \min_{a_p}, \quad (3)$$

где  $2p + 1 \leq m \leq n$ . Из (2) и (3) получаем оценку

$$a_p = \frac{\sum_{k=2p}^m (v_{p-1}(k) + v_{p-1}(k-2))v_{p-1}(k-1)}{\sum_{k=2p}^m v_{p-1}^2(k-1)}. \quad (4)$$

Для входного первого звена (рис. 1)

$$a_1 = \frac{\sum_{k=2}^m (i(k) + i(k-2))i(k-1)}{\sum_{k=2}^m i^2(k-1)}. \quad (5)$$

Перед настройкой  $p$ -го звена должны быть настроены все предыдущие звенья каскадного соединения по рис. 1, благодаря чему отсчёты входной величины  $i(k)$  удаётся преобразовать в отсчёты входного сигнала  $v_{p-1}(k)$ ,  $k = 2p - 2, m$   $p$ -го звена.

Далее производится итерационная настройка многозвенного адаптивного фильтра. Процедура итерации заключается в следующем: на каждом шаге исключается начальное звено, настроенное ранее, а к выходу цепи присоединяется новое адаптивное звено, которое настраивается по общему правилу

$$a_s^{(h)} = \frac{\sum_{k=2s}^m (v_{s-1}^{(h)}(k) + v_{s-1}^{(h)}(k-2)) v_{s-1}^{(h)}(k-1)}{\sum_{k=2s}^m (v_{s-1}^{(h)}(k-1))^2} \quad (6)$$

где  $h \geq 1$  – номер шага итерации. Начальный шаг  $h = 0$  составляет исключение, так как на нём цепь выстраивается впервые. Итерационная настройка заканчивается, когда выполняется условие

$$\left| a_p^{(h)} - a_p^{(h-1)} \right| < \varepsilon, \quad p = \overline{1, s}. \quad (7)$$

**Таблица 1.** Начальный и последующие шаги итерационной процедуры настройки адаптивных фильтров

Шаг итерации	Число звеньев	
	$s = 2$	$s = 3$
0	$\begin{matrix} \overset{(0)}{\rightarrow} a_1 \\ \overset{(0)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(0)}{\rightarrow} a_2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \overset{(0)}{\rightarrow} a_1 \\ \overset{(0)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(0)}{\rightarrow} a_2 \\ \overset{(0)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(0)}{\rightarrow} a_2 \quad \overset{(0)}{\rightarrow} a_3 \end{matrix}$
1	$\begin{matrix} \overset{(0)}{\rightarrow} a_2 \quad \overset{(1)}{\rightarrow} a_1 \\ \overset{(1)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(1)}{\rightarrow} a_2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \overset{(0)}{\rightarrow} a_2 \quad \overset{(0)}{\rightarrow} a_3 \quad \overset{(1)}{\rightarrow} a_1 \\ \overset{(0)}{\rightarrow} a_3 \quad \overset{(1)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(1)}{\rightarrow} a_2 \\ \overset{(1)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(1)}{\rightarrow} a_2 \quad \overset{(1)}{\rightarrow} a_3 \end{matrix}$
...	...	...
$h$	$\begin{matrix} \overset{(h-1)}{\rightarrow} a_2 \quad \overset{(h)}{\rightarrow} a_1 \\ \overset{(h)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(h)}{\rightarrow} a_2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \overset{(h-1)}{\rightarrow} a_2 \quad \overset{(h-1)}{\rightarrow} a_3 \quad \overset{(h)}{\rightarrow} a_1 \\ \overset{(h-1)}{\rightarrow} a_3 \quad \overset{(h)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(h)}{\rightarrow} a_2 \\ \overset{(h)}{\rightarrow} a_1 \quad \overset{(h)}{\rightarrow} a_2 \quad \overset{(h)}{\rightarrow} a_3 \end{matrix}$

После итерационной настройки двух звеньев выстраивается новая цепочка адаптивного звена уже с тремя звеньями, а далее

по тому же принципу выполняется итерационная настройка всех трёх звеньев до выполнения условия сходимости (7). В табл. 1 дана мнемоническая схема итерационной настройки фильтров с разным числом звеньев, представленных своими коэффициентами, а сама итерационная процедура интерпретируется как исключение настроенного входного звена и включение на выходе нового, подлежащего настройке.

В качестве примера рассмотрим итерационный частотный анализ периодической величины

$$i(k) = 1 \sin(\alpha k + 60^\circ) + 1/3 \sin(3\alpha k + 45^\circ) + 1/5 \sin(5\alpha k + 30^\circ) \quad (8)$$

при  $\alpha = 2\pi f_1 / F_d$ ,  $F_d = 1$  кГц – частота дискретизации,  $f_1 = 48$  Гц.

Анализ выполняется многозвенным фильтром при общем числе отсчётов входной величины  $m = n = 20$ . Для определения оценки частот  $f_q$  использовались следующее из табл. 1 соотношение

$$f_q^{(h)} = \frac{F_d}{2\pi} \arccos \frac{a_q^{(h)}}{2}. \quad (9)$$

**Таблица 2.** Итерационная обработка периодического сигнала (8) с оценкой его частот

Шаг итерации	Оценка частот						
	$s = 2$			$s = 3$			
	$f_1^{(h)}$ , Гц	$f_2^{(h)}$ , Гц	$\sigma_s$ , о.е.	$f_1^{(h)}$ , Гц	$f_2^{(h)}$ , Гц	$f_3^{(h)}$ , Гц	$\sigma_s$ , о.е.
0	74,38	212,58	0,026	74,38	130,88	212,58	0,009
1	52,63	218,94	0,020	54,25	139,26	240,25	4e-5
2	51,87	219,09	0,020	48,65	143,67	240,18	3e-6
3	51,86	219,09	0,020	48,04	143,98	240,02	3e-8
4	–	–	–	48,00	144,00	240,00	3e-9

Результаты применения итерационной процедуры к сигналу (8) на каждом шаге сведены в табл. 2. Настройки многозвенного адаптивного фильтра по числу входящих в него звеньев  $s$  осуществляется по уровню невязки  $\sigma_s$ , определяемой при  $p = s$

$$\sigma^2(a_p) = \sum_{k=2p}^m v_p^2(a_p, k). \quad (10)$$

Настройка адаптивного фильтра завершается при числе звеньев  $s = 3$ , когда оценка невязки выходного сигнала многозвенного заграждающего фильтра устремляется к нулю.

В качестве другого примера рассмотрим итерационный анализ периодического сигнала, в состав которого входит экспоненциальная составляющая

$$i(k) = 1e^{-\beta k/F_d} + 1 \sin(\alpha k + 60^\circ) + 1/3 \sin(3\alpha k + 45^\circ), \quad (11)$$

где  $\alpha = 2\pi f_1/F_d$ ,  $F_d = 1$  кГц,  $f_1 = 48$  Гц,  $\beta = 10$  с<sup>-1</sup> – коэффициент затухания. Анализ такого вида сигнала принципиально не отличается от (8) за тем лишь исключением, что один из коэффициентов определяет коэффициент затухания экспоненциальной составляющей

$$\hat{\beta}^{(h)} = \text{arch } a_q^{(h)} / 2. \quad (12)$$

Результат итерационной настройки фильтров на сигнал (11) приведён в табл. 3.

**Таблица 3.** Итерационная обработка сигнала (11) с оценкой его частот

Шаг итерации	Оценка частот и коэффициента затухания						
	$s = 2$			$s = 3$			
	$f_1^{(h)}$ , Гц	$f_2^{(h)}$ , Гц	$\sigma_s$ , о.е.	$f_1^{(h)}$ , Гц	$f_2^{(h)}$ , Гц	$\beta_1^{(h)}$ , с <sup>-1</sup>	$\sigma_s$ , о.е.
0	40,89	139,91	0,028	42,89	139,91	0	2e-5
1	25,11	139,64	0,001	41,57	144,12	0	2e-6
2	25,24	138,63	0,001	45,65	144,16	0	9e-7
3	–	–	–	47,45	144,07	0	5e-7
4	–	–	–	47,89	144,02	0	9e-8
5	–	–	–	47,98	144,00	0	7e-9
6	–	–	–	48,00	144,00	8,86	4e-10
7	–	–	–	48,00	144,00	9,79	2e-11
8	–	–	–	48,00	144,00	9,96	6e-12
9	–	–	–	48,00	144,00	9,99	8e-13

### Выводы

Многозвенный адаптивный фильтр обладает рядом практически значимых свойств. Предложена итерационная процедура настройки такого фильтра на подавление входной электрической величины. Продемонстрирована сходимость

процедуры, в которой на каждом шаге входное звено, настроенное ранее, из структуры выводится, а взамен на выходе фильтра включается новое звено, настраиваемое по критерию наименьших квадратов. Рассмотрены применения адаптивного фильтра в задачах оценивания частот трёхчастотного сигнала, частот и затухания компонентов переходного процесса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов С. В.* Оценивание параметров элементарных компонентов электрической величины по малому числу отсчётов / С. В. Иванов, Ю. Я. Лямец, Ф. А. Макашкин // *Электротехника*. – 2020. – № 3. – С. 59-67.

2. *Кочетов И. Д.* Цифровая обработка тока электромагнитного переходного процесса в электрической машине / И. Д. Кочетов, Ю. Я. Лямец, Ф. А. Макашкин // *Электрические станции*. – 2022. – № 8. – С. 56-62.

### **Авторы:**

**Кочетов Алексей Дмитриевич**, *техник-исследователь, ООО «Релематика», студент, ЧГУ им. И.Н. Ульянова. E-mail: kochetov\_ad@relematika.ru.*

**Кочетов Иван Дмитриевич**, *инженер-исследователь, ООО «Релематика», аспирант, ЧГУ им. И.Н. Ульянова. E-mail: kochetov\_id@relematika.ru.*

**Лямец Юрий Яковлевич**, *д.т.н., профессор кафедры ТОЭ и РЗА ЧГУ, председатель НТС ООО «Релематика». Окончил в 1962 г. энергетический факультет Новочеркасского политехнического института. В 1994 г. защитил во ВНИИЭ докторскую диссертацию на тему «Адаптивные реле: теория и приложение к задачам релейной защиты и автоматики электрических систем», E-mail: yu.ya.liamets@gmail.com*